SESIÓN 12

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

I. CONTENIDOS:

1. Forma general de la ecuación de la circunferencia.
2. Intersección de circunferencias y rectas.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Determinará la ecuación de circunferencias en su forma general.
- Solucionará sistemas de ecuaciones que representan rectas y circunferencias.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿En cuántos puntos se pueden cruzar una recta y una circunferencia o dos circunferencias?
- ¿Cómo encontrarías las coordenadas del punto de intersección entre dos circunferencias o una recta y una circunferencia?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1. Forma de la ecuación de la circunferencia

Otra forma de representar la ecuación de la circunferencia es a través de una expresión llamada forma general de la ecuación de la circunferencia.

$$X^2 + Y^2 + DX + EY + F = 0$$

Donde D, E y F son los coeficientes que determinan a cada circunferencia y pueden ser positivos o negativos. Para determinar el centro y radio de una circunferencia escrita en su forma general se tiene.

$$h = -\frac{D}{2}$$

$$\boxed{r = -\frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}$$

$$K = -\frac{E}{2}$$

Ejemplo:

Determinar el centro y el radio de la circunferencia $2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y - 10 = 0$

Para determinar centro y radio es necesario que los coeficientes de x^2 y y^2 sean 1, por lo que en este caso se divide toda la ecuación entre 2.

$$(2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y - 10 = 0) \div 2$$

$$x^2 + y^2 - 2x - y - 5 = 0$$

Aplicando fórmulas para el centro.

$$H = -\frac{D}{2} \qquad K = -\frac{E}{2}$$

$$H = -\frac{-2}{2} \qquad K = -\frac{-1}{2}$$

$$H = 1 \qquad K = \frac{1}{2}$$

Y ahora la fórmula para el radio:

R = $\frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4(5)}$

R = $\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 - 4(5)}$

R = $\frac{1}{2}\sqrt{4 + 1 + 20}$

R = $\frac{1}{2}\sqrt{25}$

R = $\frac{1}{2}(5)$

R = $\frac{5}{2}$ Por lo que C $(1, \frac{1}{2})$ r = $\frac{5}{2}$

2.1. Intersección de circunferencias y rectas

Ejemplos:

Determinar los puntos de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 111 = 0$ con la recta $2x - y + 14 = 0$

Despejando "y" de la ecuación de la recta $y = 2x + 14$

Sustituyendo el valor de "Y" en la ecuación de la circunferencia:

$x^2 + (2x + 14)^2 - 6x + 10(2x + 4) - 111 = 0$

$5x^2 + 70x + 225$

Resolviendo la ecuación de segundo grado. $X_1 = -9$ $X_2 = -5$

Sustituyendo ambos valores:

$x_1 = -9$ $y = 2(-9) + 14$

$y = -4$

$x = -5$ $y = 2(-5) + 14$

$y = 4$

Los puntos de intersección son: (-9, 4) y (- 5, 4)

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Resuelve los siguientes problemas.

1. Determina el área del círculo cuya ecuación es $9x^2 + 9y^2 + 72x - 12y + 103 = 0$

2. Determina la ecuación de la tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$, en el punto (4,5).

3. Determina la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos (2,-2), (-1,4) y (4,6).

B. Resuelve en equipo el Problema Reto.

Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (11,4) y es tangente a la circunferencia:

- $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$.